



Prediksi



MATEMATIKA SOSHUM

Prediksi Paket 1

Gunakan PETUNJUK A untuk menjawab soal nomor 1 sampai dengan nomor 20!

1. Soal Materi TURUNAN

Diketahui fungsi f dan g dengan $g(x) = f(x^2 + 2)$. Jika diketahui bahwa $g'(1) = 8$, maka $f'(3) = \dots$

- A. 1 C. 3 E. 5
B. 2 D. 4

2. Soal Materi STATISTIKA

Median dan rata-rata dari data yang terdiri dari empat bilangan asli yang telah diurutkan mulai dari yang terkecil adalah 8. Jika selisih antara data terbesar dan terkecilnya adalah 10 dan modusnya tunggal, maka hasil kali data pertama dan ketiga adalah

- A. 24 C. 30 E. 36
B. 27 D. 33

3. Soal Materi INVERS FUNGSI ALJABAR

Jika $f\left(\frac{1}{x+1}\right) = \frac{2x-1}{x+1}$, maka nilai a yang

memenuhi $f^{-1}(a) = 1$ adalah

- A. -1 D. 1
B. $-\frac{1}{2}$ E. 2
C. $\frac{1}{2}$

4. Soal Materi MATRIKS

Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 2 \\ c & 2 \end{pmatrix}$ dan

determinan matriks AB adalah 3, maka nilai $c-b$ adalah

- A. -2 D. 1
B. -1 E. 2
C. 0

5. Soal Materi BARISAN DAN DERET ARITMETIKA

Tujuh bilangan membentuk barisan aritmetika. Jika jumlah tiga bilangan pertama sama dengan 21 dan jumlah tiga bilangan terakhir sama dengan 45, maka jumlah suku ke-4 dan ke-5 adalah

- A. 21 C. 23 E. 25
B. 22 D. 24

6. Soal Materi DERET GEOMETRI TAK HINGGA

Diketahui deret geometri tak hingga $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$ jika rasio deret tersebut adalah r dengan $-1 < r < 1$, $u_1 + u_2 + u_3 + \dots = 6$, dan $u_3 + u_4 + u_5 + \dots = \frac{2}{3}$, maka nilai r adalah

- A. $-\frac{1}{9}$ atau $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{4}{9}$ atau $\frac{4}{9}$
B. $-\frac{2}{9}$ atau $\frac{2}{9}$ E. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ atau $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $-\frac{1}{3}$ atau $\frac{1}{3}$

7. Soal Materi SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Jika sistem persamaan $\begin{cases} px + qy = 8 \\ 3x - qy = 38 \end{cases}$ memiliki

penyelesaian $(x, y) = (2, 4)$, maka nilai p adalah

- A. 40 D. 20
B. 22,5 E. 8
C. 21,5

8. Soal Materi Kaidah Pencacahan

Kode kupon hadiah untuk belanja pada suatu toko swalayan berbentuk bilangan yang disusun dari angka 1, 3, 3, 5, 7. Jika kupon-kupon tersebut disusun berdasarkan kodenya mulai dari yang terkecil sampai dengan yang terbesar, maka kupon dengan kode 53137 berada pada urutan ke-

- A. 52 D. 24
B. 40 E. 20
C. 39

9. Soal Materi Eksponen

Jika $16^m = 9$, maka $2 \cdot 4^{m-2} - \frac{3}{4^{1+m}} = \dots$

- A. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$
B. $-\frac{1}{8}$ E. $\frac{1}{4}$
C. 0

10. Soal Materi Logaritma

Jika $\frac{{}^2\log ab}{{}^2\log a} = 3$ dan ${}^{bc}\log a = \frac{2}{3}$, maka nilai ${}^c\log a$ adalah

- A. -2 D. 1
B. $-\frac{1}{2}$ E. 2
C. $\frac{1}{2}$

11. Soal Materi Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat $x^2 + 2x + (c+2) = 0$ mempunyai persamaan akar-akar x_1 dan x_2 . Jika $x_1 > 1$ dan $x_2 < 1$, maka

- A. $c < -1$ D. $-5 < c < -1$
B. $c < -5$ E. $c < -3$ atau $c > -1$
C. $c > -5$

12. Soal Materi Fungsi Kuadrat

Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai titik puncak $(8, 4)$ dan memotong sumbu x negatif, maka

- A. $a > 0, b > 0$, dan $c > 0$
B. $a < 0, b < 0$, dan $c > 0$
C. $a < 0, b > 0$, dan $c < 0$
D. $a > 0, b > 0$, dan $c < 0$
E. $a < 0, b > 0$, dan $c > 0$

13. Soal Materi Persamaan Linear

Ibu mendapat potongan harga sebesar 25% dari total pembelian barang di suatu toko. Toko tersebut membebankan pajak sebesar 10% dari harga total pembelian setelah dipotong. Jika x adalah harga total pembelian, maka ibu harus membayar sebesar

- A. $(0,1 \times 0,25)x$ D. $(1,1 \times 0,25)x$
B. $(0,9 \times 0,25)x$ E. $(1,1 \times 0,75)x$
C. $(0,9 \times 0,75)x$

14. Soal Materi Pertidaksamaan

Jika $3 < a < 4$, maka semua nilai x yang memenuhi

pertidaksamaan $\frac{ax^2 + 2x + 4}{(1-x)(x+2)} \leq 0$ adalah

- A. $x < -2$ atau $x > 1$
B. $< -$ atau $x > 2$
C. $-2 < x < -1$
D. $-2 < x < 1$
E. $-1 < x < 2$

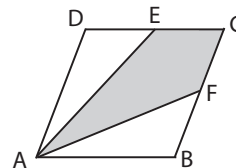
15. Soal Materi Limit Fungsi Aljabar

Jika $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax+b}-3}{x-2} = \frac{1}{3}$, maka $a + b = \dots$

- A. 7 C. 11 E. 15
B. 9 D. 13

16. Soal Materi Geometri

Perhatikan gambar berikut!



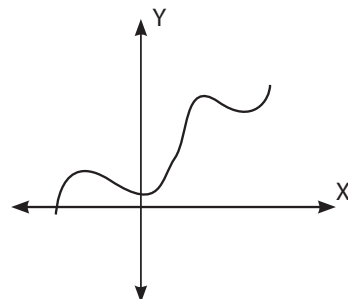
Diketahui ABCD jajar genjang dengan panjang $AB = AD = 6$ cm. Jika E dan F masing-masing titik tengah garis DC dan BC, perbandingan luas daerah diarsir terhadap luas jajar genjang adalah

- A. 1 : 8 C. 1 : 2 E. 2 : 5
B. 1 : 4 D. 2 : 3

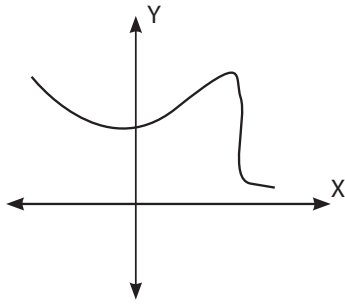
17. Soal Materi Fungsi

Berikut ini yang bukan merupakan fungsi dari $y = f(x)$ adalah

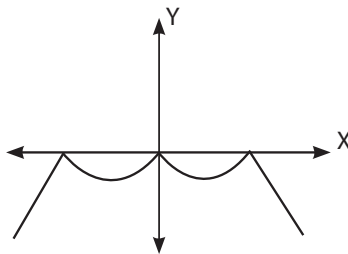
A.



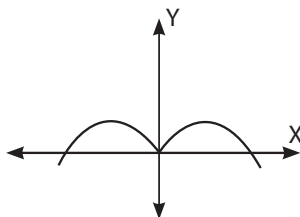
B.



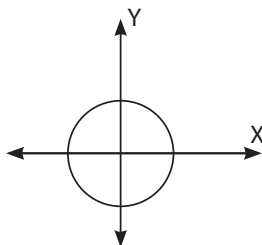
C.



D.



E.

**18. Soal Materi TRIGONOMETRI**

Jika diketahui $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, maka nilai dari

$$-\frac{4}{\sqrt{7}}(\cos x - \sin x) \text{ adalah}$$

- A. -2 C. 1 E. 3
B. -1 D. 2

19. Soal Materi DIMENSI TIGA

Diketahui balok ABCD.EFGH dengan panjang AB = 2 dm, BC = 1 dm, dan AE = 1 dm. Jika P adalah titik tengah AC dan α adalah $\angle EPG$, maka nilai $\cos \alpha$ adalah

- A. $-\frac{1}{2}$ C. 0
B. $-\frac{1}{9}$ D. 1
E. $\frac{3}{2}$

20. Soal Materi Matriks

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, dan

$$A^T B^T = \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 18 & 0 \end{pmatrix}, \text{ maka } a + b = \dots$$

- A. 2 C. 7 E. 15
B. 5 D. 10

Prediksi Paket 2

Gunakan PETUNJUK A untuk menjawab soal nomor 1 sampai dengan nomor 20!

1. Soal Materi LOGARITMA

Jika $\frac{{}^2\log a}{{}^3\log b} = m$ dan $\frac{{}^3\log a}{{}^2\log b} = n$, $a > 1$ dan $b > 1$,

maka $\frac{m}{n} = \dots$

- A. ${}^2\log 3$
B. ${}^3\log 2$
C. ${}^4\log 9$
D. $({}^3\log 2)^2$
E. $({}^2\log 3)^2$

2. Soal Materi SISTEM PERSAMAAN LINEAR

Pak Rahman mempunyai sekantong permen yang akan dibagikan kepada anak-anak. Jika tiap anak diberi 2 permen, maka di dalam kantong masih tersisa 4 permen. Namun, bila tiap anak diberi 3 permen, akan ada 2 anak yang tidak mendapat permen dan 1 anak mendapat 2 permen. Jika x menyatakan banyak permen dalam kantong dan y menyatakan banyak anak, maka sistem persamaan yang mewakili masalah di atas adalah ...

- A. $\begin{cases} x + 4 = 2y \\ x - 7 = 3y \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 4 = y \\ x - 7 = 2y \end{cases}$
B. $\begin{cases} x - 4 = 3y \\ x + 7 = 2y \end{cases}$ E. $\begin{cases} x - 4 = 2y \\ x + 7 = 3y \end{cases}$
C. $\begin{cases} x - 4 = 3y \\ x + 7 = y \end{cases}$

3. Soal Materi Kaidah Pencacahan

Suatu tim bulu tangkis terdiri atas 5 anggota. Akan ditentukan 2 orang untuk bermain tunggal dan 2 pasang untuk bermain ganda. Jika peraturan yang dipakai bahwa pemain tunggal boleh bermain ganda sekali, maka banyak pilihan yang bisa dibentuk adalah ...

- A. 240 D. 60
B. 120 E. 30
C. 80

4. Soal Materi EKSPONEN

Persamaan $\left(\frac{4}{9}\right)^{1-6x} \left(\frac{8}{27}\right)^{x^2+c-1} = \frac{3}{2}$ memiliki akar-

akar $\alpha + 1$ dan $\alpha - 1$, maka nilai c adalah

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3
E. 4

5. Soal Materi BARISAN DAN DERET GEOMETRI

Seorang berjalan dengan kecepatan 12 km/jam selama 1 jam pertama. Pada jam kedua kecepatan berkurang menjadi sepertiganya, demikian juga pada jam berikutnya kecepatannya menjadi sepertiga dari sebelumnya. Jarak terjauh yang dapat ditempuh orang itu selama perjalanan adalah ...

- A. tak terhingga
B. 36 km
C. 32 km
D. 26 km
E. 18 km

6. Soal Materi FUNGSI KUADRAT

Jika (a, b) adalah titik minimum grafik fungsi

$f(x) = 7 - \sqrt{25 - x^2}$, maka nilai $a^2 + b^2$ adalah

- A. 4
B. 5
C. 8
D. 10
E. 13

7. Soal Materi BARISAN DAN DERET ARITMETIKA

Jika jumlah 101 bilangan kelipatan tiga yang berurutan adalah 18180, maka jumlah tiga bilangan terkecil yang pertama dari bilangan-bilangan tersebut adalah

- A. 99
B. 90
C. 81
D. 72
E. 63

8. Soal Materi TURUNAN FUNGSI ALJABAR

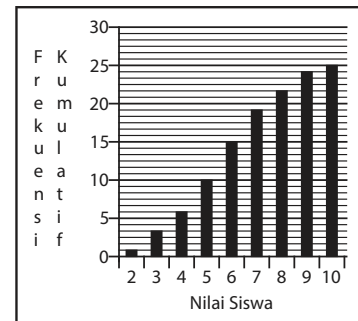
Jika $f(0) = 0$ dan $f'(0) = 2$, maka turunan dari

$f(f(f(f(f(x))))))$ di $x = 0$ adalah

- A. 128
B. 64
C. 32
D. 16
E. 8

9. Soal Materi STATISTIKA

Jika diagram batang di bawah ini memperlihatkan frekuensi kumulatif hasil tes matematika siswa kelas XII, maka banyak siswa yang memperoleh nilai 8 adalah



- A. 12%
B. 15%
C. 20%
D. 22%
E. 80%

10. Soal Materi PERTIDAKSAMAAN

Bentuk $|6 - 3x| < 6$ ekuivalen dengan

- A. $|x - 1| < -1$
B. $2|x - 3| < 6$
C. $|x - 2| < 2$
D. $0 < 6 - 3x < 6$
E. $6 - x < 6$

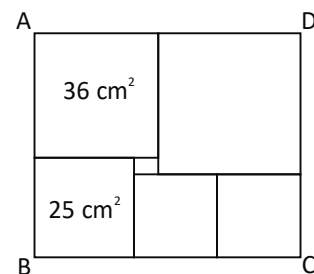
11. Soal Materi PERSAMAAN KUADRAT

Jika jumlah kuadrat akar-akar persamaan $x^2 - 3x + k = 0$ sama dengan jumlah pangkat tiga akar persamaan $x^2 + x - k = 0$, maka nilai k adalah

- A. -2
B. 8
C. -10
D. 6
E. -8

12. Soal Materi GEOMETRI

Persegi panjang ABCD disusun dari 6 persegi. Dua persegi diketahui luasnya seperti dalam gambar berikut.



Perbandingan luas daerah persegi terkecil dengan terbesar di dalam persegi panjang ABCD adalah

- A. 1 : 7
B. 1 : 16
C. 1 : 45
D. 1 : 49
E. 1 : 64

13. Soal Materi PELUANG

Dalam suatu kotak terdapat 100 bola serupa yang diberi nomor 1, 2, ..., 100. Jika dipilih satu bola secara acak, maka peluang terambilnya bola dengan nomor yang habis dibagi 5, tetapi tidak habis dibagi 3 adalah

- A. $\frac{3}{25}$ D. $\frac{9}{50}$
 B. $\frac{7}{50}$ E. $\frac{2}{5}$
 C. $\frac{4}{25}$

14. Soal Materi Matriks

Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan matriks $Q = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Matriks I adalah matriks identitas dan memenuhi persamaan $PX + Q = I$. Determinan X adalah

- A. -3 D. $-\frac{3}{2}$
 B. $-\frac{5}{2}$ E. -1
 C. -2

15. Soal Materi TRIGONOMETRI

Segitiga ABD siku-siku di B. Titik C pada BD sehingga $CD = 3$ dan $BC = 2$. Jika $AB = 1$ dan $\angle CAD = \beta$, maka $\sin^2 \beta = \dots$

- A. $\frac{9}{130}$ D. $\frac{83}{111}$
 B. $\frac{99}{130}$ E. $\frac{101}{125}$
 C. $\frac{121}{130}$

16. Soal Materi KOMPOSISI FUNGSI

Jika diketahui fungsi $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}$ dan

$(f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 7}}$, maka $g(x + 2) = \dots$

- A. $\frac{1}{x + 3}$ D. $x + 3$
 B. $\frac{1}{x - 2}$ E. $x + 5$
 C. $x - 2$

17. Soal Materi TRANSFORMASI GEOMETRI

Jika garis $y = ax + b$ digeser ke bawah sejauh 4 satuan kemudian diputar dengan pusat $O(0,0)$ sejauh 90° menghasilkan bayangan $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x$, maka nilai

$a^2 + b$ adalah

- A. 2 C. 4 E. 6
 B. 3 D. 5

18. Soal Materi LIMIT FUNGSI ALJABAR

Nilai dari $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{4 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}}$ adalah

- A. 12 D. 4
 B. 10 E. 3
 C. 6

19. Soal Materi PROGRAM LINEAR

Nilai maksimum dari $z = -3x + 2y$ yang memenuhi syarat $3x + y \leq 9, 5x + 4y \geq 20, x \geq 0$ adalah

- A. 10 D. 20
 B. 14 E. 24
 C. 18

20. Soal Materi PERSAMAAN GARIS LURUS

Persamaan garis lurus yang melalui titik A (p,2) dan B (2,q) dengan $p + q = 1$ dan tegak lurus $2x + 5y + 20 = 0$ adalah

- A. $5x - 2y = 12$ D. $5x - 2y = 18$
 B. $5x - 2y = 14$ E. $5x - 2y = 20$
 C. $5x - 2y = 16$



Pembahasan



MATEMATIKA SOSHUM

Prediksi Paket 1

1. Pembahasan SMART:

Diketahui fungsi f dan g dengan $g(x) = f(x^2 + 2)$, dan

$g'(1) = 8$, maka:

$$g'(x) = f'(x^2 + 2) \cdot 2x$$

$$g'(1) = f'(1^2 + 2) \cdot 2(1)$$

$$8 = f'(3) \cdot 2$$

$$f'(3) = 4$$

Jawaban: D

2. Pembahasan SMART:

Misal: Keempat data yang telah diurutkan tersebut adalah a, b, c dan d .

- Median = 8, maka:

a, b, c, d

$$\frac{b+c}{2} = 8 \Rightarrow b+c = 16 \dots (i)$$

- Rata-rata = 8, maka:

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 8 \Rightarrow a+b+c+d = 32$$

Dengan menyubstitusikan persamaan (i), diperoleh:

$$a+16+d = 32 \Rightarrow a+d = 16$$

$$\Rightarrow a = 16 - d \dots (ii)$$

- Selisih antara data terbesar dengan terkecil = 10, maka: $d - a = 10$

Dengan menyubstitusikan persamaan (ii), diperoleh:

$$d - (16 - d) = 10 \Rightarrow 2d - 16 = 10$$

$$\Rightarrow 2d = 26 \Rightarrow d = 13$$

Maka, $a = 3$

Sehingga, suku $a, b, c, d = 3, b, c, 13$.

Karena modulusnya tunggal (memiliki modus), maka dapat dimungkinkan bahwa b dan c merupakan data

yang sama.

$$b + c = 16 \Rightarrow b \text{ dan } c \text{ sama dengan } 8.$$

Jadi, hasil perkalian data pertama (a) dan ketiga (c)
 $= 3 \times 8 = 24$

Jawaban: A

3. Pembahasan SMART:

Diketahui $f\left(\frac{1}{x+1}\right) = \frac{2x-1}{x+1}$ dan $f^{-1}(a) = 1$

Misal:

$$\frac{1}{x+1} = a \Rightarrow a(x+1) = 1$$

$$\Rightarrow ax + a = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1-a}{a}$$

Sehingga:

$$f(a) = \frac{2\left(\frac{1-a}{a}\right) - 1}{\left(\frac{1-a}{a}\right) + 1} = \frac{\left(\frac{2-2a}{a}\right) - \frac{a}{a}}{\left(\frac{1-a}{a}\right) + \frac{a}{a}} = \frac{\frac{2-3a}{a}}{\frac{1}{a}} = 2-3a$$

$$\text{Jadi, } f^{-1}(a) = \frac{2-a}{3}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2-a}{3} \Rightarrow 3 = 2-a \Rightarrow a = -1$$

Jawaban: A

4. Pembahasan SMART:

$$\text{Diketahui: } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 2 \\ c & 2 \end{pmatrix}$$

Maka:

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 3 \\ b & 2 \\ c & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a+b-c & 3+2-2 \\ -b+c & -2+2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a+b-c & 3 \\ -b+c & 0 \end{pmatrix}$$

Determinan matriks AB adalah 3, sehingga:

$$(a+b-c) \cdot 0 - 3(-b+c) = 3$$

$$\Rightarrow 0 - 3(-b+c) = 3$$

$$\Rightarrow -3(-b+c) = 3$$

$$\Rightarrow -b+c = \frac{3}{-3}$$

$$\Rightarrow c-b = -1$$

Jawaban: B

5. Pembahasan SMART:

Diketahui:

$$U_1 + U_2 + U_3 = 21$$

$$a + a + b + a + 2b = 21$$

$$3a + 3b = 21$$

$$a + b = 7 \dots (1)$$

dan

$$U_5 + U_6 + U_7 = 45$$

$$a + 4b + a + 5b + a + 6b = 45$$

$$3a + 15b = 45$$

$$a + 5b = 15 \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$a + b = 7$$

$$a + 5b = 15$$

$$-4b = -8 \Rightarrow b = 2$$

Sehingga: $a + 2 = 7 \Rightarrow a = 5$

Jumlah suku ke-4 dan ke-5 adalah:

$$U_4 + U_5 = a + 3b + a + 4b$$

$$= 2a + 7b$$

$$= 2(5) + 7(2)$$

$$= 24$$

Jawaban: D

6. Pembahasan SMART:



Suatu deret geometri tak hingga dengan suku pertama a dan rasio r , maka:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

Diketahui deret geometri tak hingga, yaitu

$u_1 + u_2 + u_3 + \dots$ dengan rasio r ; $-1 < r < 1$

Jika:

$$\bullet \quad u_1 + u_2 + u_3 + \dots = 6$$

$$\Rightarrow a + ar + ar^2 + \dots = 6$$

Suku pertama = a

Rasio = r

$$\text{Sehingga, } S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\Rightarrow 6 = \frac{a}{1-r}$$

$$\Rightarrow a = 6(1-r) \dots (i)$$

$$\bullet \quad \text{Dari } u_1 + u_2 + u_3 + \dots = 6$$

$$\text{dan } u_3 + u_4 + u_5 + \dots = \frac{2}{3}$$

$$\text{Maka, } u_1 + u_2 = 6 - \frac{2}{3} = \frac{18}{3} - \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\text{Sehingga, } a + ar = \frac{16}{3} \Rightarrow a(1+r) = \frac{16}{3} \dots (ii)$$

Dengan menyubstitusikan persamaan (i) ke persamaan (ii), diperoleh:

$$6(1-r)(1+r) = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow 6(1-r^2) = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow (1-r^2) = \frac{16}{3} : 6$$

$$\Rightarrow 1-r^2 = \frac{16}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{8}{9} = r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$$

$$\text{Jadi, } r = \frac{1}{3} \text{ atau } -\frac{1}{3}$$

Jawaban: C

7. Pembahasan SMART:

$(x, y) = (2, 4)$ merupakan penyelesaian dari:

$$px + qy = 8$$

$$3x - qy = 38$$

$$(p+3)x = 46$$

Maka:

$$(p+3)2 = 46$$

$$\Rightarrow 2p + 6 = 46$$

$$\Rightarrow p = \frac{46-6}{2} = 20$$

Jawaban: D

8. Pembahasan SMART:

Kode kupon hadiah pada toko swalayan disusun mulai dari yang terkecil sampai yang terbesar yang terdiri dari angka 1, 3, 3, 5, 7.

Sehingga:

- Kupon yang memiliki angka puluhan ribu 1 atau 1 _ _ _ (terdapat empat pilihan: 3, 3, 5, 7 dengan dua angka sama: 3), maka banyaknya ada:

$$\frac{4!}{2!} = 3 \times 4 = 12 \text{ susunan}$$

- Kupon dengan angka puluhan ribu 3 atau 3 _ _ _ (terdapat empat pilihan berbeda: 1, 3, 5, 7), maka banyaknya ada:

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ susunan}$$

- Kupon dengan angka puluhan ribu 5 dan ribuan 1 atau 5 1 _ _ (terdapat tiga pilihan berbeda: 3, 3, 7 dengan dua angka sama: 3), maka banyaknya ada:

$$\frac{3!}{2!} = 3 \text{ susunan}$$

Angka 5 3 1 3 7 adalah angka terkecil yang terbentuk dengan bilangan puluhan ribu 5 dan ribuan 3.

Sehingga, angka 53137 terletak setelah bilangan terbesar yang dibentuk dengan puluhan ribu 5 dan ribuan 1.

Jadi, 53137 terletak pada urutan ke- $(24 + 12 + 3 + 1) = 40$

Jawaban: B

9. Pembahasan SMART:



Beberapa sifat logaritma:

- $a^c = b \Rightarrow {}^a\log b = c$

- $x^{\log y} = y$

- ${}^x\log y + {}^x\log z = {}^x\log yz$

- ${}^x\log y - {}^x\log z = {}^x\log \frac{y}{z}$

$$16^m = 9 \Rightarrow {}^{16}\log 9 = m$$

$$\Rightarrow {}^{2^4}\log 9 = m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \cdot {}^2\log 9 = m$$

$$\text{Maka, } 2 \cdot 4^{m-2} - \frac{3}{4^{1+m}} = 2 \cdot 2^{2(m-2)} - \frac{3}{2^{2(1+m)}}$$

$$= 2^{-4+1} - \frac{3}{2^2}$$

$$= 2^{2m-3} - \frac{3}{2^{2+2m}}$$

$$= 2^{2\left(\frac{1}{4} \cdot {}^2\log 9\right)-3} - \frac{3}{2^{2+2\left(\frac{1}{4} \cdot {}^2\log 9\right)}}$$

$$= 2^{\frac{2}{4} \cdot {}^2\log 9 - 3} - \frac{3}{2^{2+\frac{2}{4} \cdot {}^2\log 9}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2} \cdot {}^2\log 9 - 2 \cdot {}^2\log 3} - \frac{3}{2^{2 \cdot {}^2\log 2^2 + \frac{1}{2} \cdot {}^2\log 9}}$$

$$= 2^{{}^2\log \frac{9^{\frac{1}{2}}}{2^3}} - \frac{3}{2^{2 \cdot {}^2\log 2^2 \cdot 9^{\frac{1}{2}}}}$$

$$= 2^{{}^2\log \frac{\sqrt{9}}{8}} - \frac{3}{2^{2 \cdot {}^2\log 4 \cdot \sqrt{9}}}$$

$$= 2^{{}^2\log \frac{3}{8}} - \frac{3}{2^{2 \cdot {}^2\log 12}}$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{3}{12} = \frac{9-6}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

Jawaban: D

10. Pembahasan SMART:



Beberapa sifat logaritma:

- ${}^x\log y = \frac{\log y}{\log x}$

- ${}^x\log yz = {}^x\log y + {}^x\log z$

$$\frac{{}^2\log ab}{{}^2\log a} = 3 \Rightarrow {}^a\log ab = 3$$

$$\Rightarrow {}^a\log a + {}^a\log b = 3$$

$$\Rightarrow 1 + {}^a\log b = 3$$

$$\Rightarrow {}^a\log b = 2 \quad \dots(i)$$

$$\text{dan } {}^{bc}\log a = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{{}^a\log bc} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow {}^a\log bc = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow {}^a\log b + {}^a\log c = \frac{3}{2} \quad \dots(ii)$$

Dari persamaan (i) pada (ii), maka:

$$2 + {}^a\log c = \frac{3}{2} \Rightarrow {}^a\log c = \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow {}^a\log c = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow {}^c\log a = -2$$

Jawaban: A

11. Pembahasan SMART:



Persamaan kuadrat $y = ax^2 + bx + c$

mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 , maka:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + 2x + (c+2) = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 , maka:

$$x_1 + x_2 = -\frac{2}{1} = -2 \quad \text{dan} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c+2}{1} = c+2$$

Karena $x_1 > 1$ dan $x_2 < 1$, maka $x_1 + x_2 = -2$
Jika diambil batas bawah untuk x_1 mendekati 1, maka x_2 harus bernilai mendekati -3.

Sehingga, untuk $x_1 \cdot x_2 = c+2$, karena $x_1 > 1$ dan $x_2 < 1$ dan x_1 mendekati 1, maka x_2 harus bernilai mendekati -3, maka:

$$x_1 \cdot x_2 > c+2$$

$$-3 > c+2$$

$$-3-2 > c$$

$$-5 > c \text{ atau } c < -5$$

Jawaban: B

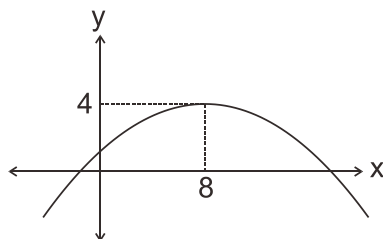
12. Pembahasan SMART:



Grafik fungsi kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki ciri-ciri:

- $a < 0 \rightarrow$ grafik terbuka ke bawah
- $a > 0 \rightarrow$ grafik terbuka ke atas
- Tanda b sama dengan tanda a , maka puncak berada di sebelah kiri sumbu y .
- Tanda b berbeda dengan tanda a , maka puncak berada di sebelah kanan sumbu y .
- $c < 0 \rightarrow$ grafik memotong sumbu y negatif.
- $c > 0 \rightarrow$ grafik memotong sumbu y positif.

Grafik fungsi kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan puncak di titik (8, 4) dan memotong sumbu x negatif:



Sehingga:

$a < 0$ (grafik membuka ke bawah);

$b > 0$ (karena puncak berada di kanan sumbu y , maka b berbeda tanda dengan a dan $c > 0$ (grafik memotong sumbu y positif).

Jawaban: E

13. Pembahasan SMART:

X adalah harga total pembelian, maka:

- 1) Setelah mendapat potongan 25%, harga menjadi 75% X .
- 2) Besar pajak setelah mendapat potongan:
 $75\%X \times 10\% = 7,5\%X$

Sehingga, uang yang harus dibayarkan adalah:

$$75\%X + 7,5\%X = (75\% + 7,5\%)X$$

$$= (0,75 + 0,075)X$$

$$= ((0,75 \times 1) + (0,75 \times 0,1))X$$

$$= ((1 + 0,1) \times 0,75)X$$

$$= (1,1 \times 0,75)X$$

Jawaban: E

14. Pembahasan SMART:



Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ akan definit positif, jika $D < 0$ atau $b^2 - 4ac < 0$

$$\text{Diketahui } \frac{ax^2 + 2x + 4}{(1-x)(x+2)} \leq 0; \quad 3 < a < 4$$

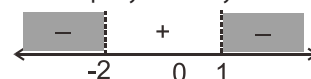
Untuk nilai $3 < a < 4$ pada $ax^2 + 2x + 4$ maka akan menghasilkan persamaan kuadrat yang memiliki definit positif, karena $D < 0$.

Sehingga:

$$\frac{\oplus}{(1-x)(x+2)} \leq 0$$

Pembuat nolnya adalah $x = 1$ atau $x = -2$

Daerah penyelesaiannya:



Jadi, daerah penyelesaiannya adalah $x < -2$ atau $x > 1$

Jawaban: A

15. Pembahasan SMART:

$$\text{Diketahui } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax+b}-3}{x-2} = \frac{1}{3}$$

Dengan menggunakan L'Hospital, maka diperoleh:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{ax+b}-3}{x-2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{2\sqrt{a(2)+b}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a}{2\sqrt{2a+b}} = \frac{1}{3} \dots (i)$$

Agar bentuk limitnya tak tentu $\left(\frac{0}{0}\right)$, maka:

$$\sqrt{a(2)+b}-3=0$$

$$\sqrt{2a+b}=3 \dots (ii)$$

Substitusi persamaan (ii) ke persamaan (i) diperoleh:

$$\frac{a}{2(3)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3a=6 \Leftrightarrow a=2$$

Sehingga:

$$\sqrt{2(2)+b}=3$$

$$4+b=9$$

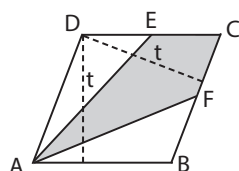
$$b=5$$

$$\text{Maka: } a+b=2+5=7$$

Jawaban: A

16. Pembahasan SMART:

Diketahui jajar genjang ABCD.



$$\text{Luas } \triangle ADE = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t = \frac{3}{2}t$$

$$\text{Luas } \triangle ABF = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot t = \frac{3}{2}t$$

$$\text{Luas } ABCD = a \cdot t = 6t$$

Sehingga:

$$\begin{aligned} \text{Luas arsiran} &= \text{Luas } ABCD - (\text{Luas } \triangle ADE + \text{Luas } \triangle ABF) \\ &= 6t - \left(\frac{3}{2}t + \frac{3}{2}t\right) \\ &= 6t - 3t = 3t \end{aligned}$$

Perbandingan luas daerah diarsir terhadap luas jajar genjang adalah:

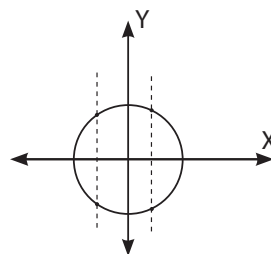
$$\frac{\text{Luas arsiran}}{\text{Luas } ABCD} = \frac{3t}{6t} = \frac{1}{2}$$

Jawaban: C

17. Pembahasan SMART:

Fungsi adalah relasi yang menghubungkan setiap anggota x (daerah asal/domain) dengan tepat satu $f(x)$ dari suatu daerah kawan atau kodomain.

Sehingga dari pilihan jawaban, yang bukan merupakan fungsi adalah pilihan E, karena setiap anggota x mempunyai dua nilai $f(x)$.



Jawaban: E

18. Pembahasan SMART:



Identitas trigonometri:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Diketahui $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$, maka:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$1 + 2\sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$2\sin x \cos x = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$$

Selanjutnya:

$$(\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x$$

$$= 1 - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{7}{4}$$

$$\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

Sehingga:

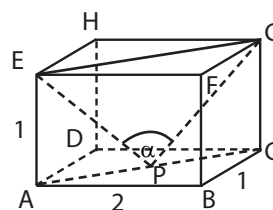
$$-\frac{4}{\sqrt{7}}(\cos x - \sin x) = \frac{4}{\sqrt{7}}(\sin x - \cos x)$$

$$= \frac{4}{\sqrt{7}}\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right) = 2$$

Jawaban: D

19. Pembahasan SMART:

Diketahui ABCD.EFGH dengan panjang AB = 2 dm, BC = 1 dm, dan AE = 1 dm. Titik P adalah titik tengah AC.

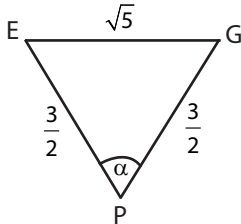


$$AC = EG = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$$

$$AP = \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

$$EP = PG = \sqrt{EA^2 + AP^2} = \sqrt{1 + \frac{5}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

Perhatikan segitiga EPG!



$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \frac{EP^2 + PG^2 - EG^2}{2 \cdot EP \cdot PG} \\ &= \frac{\frac{9}{4} + \frac{9}{4} - 5}{2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{9}{2}} = -\frac{1}{9}\end{aligned}$$

Jawaban: B

20. Pembahasan SMART:

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, dan

$$A^T B^T = \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 18 & 0 \end{pmatrix},$$

maka:

$$\begin{aligned}A^T B^T &= \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 18 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & -2 \\ b & 1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 18 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} a+3b & 1 \\ 2a+4b & 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 18 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Sehingga:

$$a + 3b = 11$$

$$a + 2b = 9$$

$$b = 2$$

$$a + 2(2) = 9 \Rightarrow a = 5$$

Maka:

$$a + b = 5 + 2 = 7$$

Jawaban: C

Prediksi Paket 2

1. Pembahasan SMART:



Sifat logaritma:

$${}_a \log b \cdot {}^b \log c = {}^a \log c$$

$${}_a \log b = \frac{1}{{}^b \log a}$$

$$\begin{aligned}\frac{m}{n} &= \frac{{}^2 \log a}{{}^3 \log b} = \frac{{}^2 \log a}{{}^3 \log a} \times \frac{{}^2 \log b}{{}^3 \log b} \\ &= \frac{{}^2 \log a \cdot {}^a \log 3}{{}^3 \log b \cdot {}^b \log 2} \\ &= \frac{{}^2 \log 3}{{}^3 \log 2} = {}^2 \log 3 ({}^2 \log 3) = ({}^2 \log 3)^2\end{aligned}$$

Jawaban: E

2. Pembahasan SMART:

Misal:

x = banyak permen dalam kantong

y = banyak anak

Jika tiap anak diberi 2 permen, maka di dalam kantong bersisa 4.

Kalimat matematikanya:

$$x = 2y + 4 \Rightarrow x - 4 = 2y$$

Jika tiap anak diberi 3 permen akan ada 2 anak yang tidak mendapat permen dan 1 anak yang mendapat 2 permen.

Kalimat matematikanya:

$$x = 3(y - 3) + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 1$$

$$\Rightarrow x = 3y - 9 + 2$$

$$\Rightarrow x = 3y - 7$$

$$\Rightarrow x + 7 = 3y$$

Jawaban: E

3. Pembahasan SMART:



Pemilihan dari beberapa unsur yang tersedia tanpa memperhatikan urutannya merupakan **kombinasi**.

$${}_n C_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Dari 5 anggota tim bulu tangkis dipilih 2 untuk bermain tunggal:

$${}_5C_2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{4 \times 5}{1 \times 2} = 10$$

Dipilih 2 pasang untuk bermain ganda (tidak tunggal):

$${}_3C_2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3}{1} = 3$$

Yang bermain ganda (ikut pada tunggal sekali):

$${}_2C_1 = \frac{2!}{1!(2-1)!} = 2$$

Jadi, banyak pilihan = $10 \times 3 \times 2 = 60$

Jawaban: D

4. Pembahasan SMART:

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{1-6x} \left(\frac{8}{27}\right)^{x^2+c-1} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{1-6x} \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{x^2+c-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2-12x+3x^2+3c-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 3c - 1 = -1$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 3c = 0$$

Akar-akar $\alpha + 1$ dan $\alpha - 1$, artinya:

Jumlah akar-akar:

$$(\alpha + 1) + (\alpha - 1) = \frac{-b}{a}$$

$$\Rightarrow 2\alpha = -\frac{-12}{3} = 4 \Rightarrow \alpha = 2$$

Hasil kali akar-akar:

$$(\alpha + 1)(\alpha - 1) = \frac{c}{a} \Rightarrow 3 \cdot 1 = \frac{3c}{3} \Rightarrow c = 3$$

Jawaban: D

5. Pembahasan SMART:



Jumlah suku-suku deret geometri tak hingga:

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

Diketahui: $V_1 = 12 \text{ km/jam} = a$

$$V_2 = V_1 \times \frac{1}{3} \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

Maka, jarak terjauh yang ditempuh:

$$S_{\infty} = \frac{12}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{12}{\frac{2}{3}} = 12 \times \frac{3}{2} = 18$$

Jadi, jarak terjauh yang ditempuh adalah 18 km.

Jawaban: E

6. Pembahasan SMART:



Suatu fungsi $f(x)$ mempunyai nilai minimum/maksimum ketika $f'(x) = 0$.

$$\text{Fungsi } f(x) = 7 - \sqrt{25 - x^2} = 7 - (25 - x^2)^{\frac{1}{2}}$$

Mempunyai nilai minimum (a, b)

$$\Rightarrow f'(x) = 0 - \frac{1}{2}(25 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-2x}{2(25 - x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}}$$

Sehingga, nilai minimum diperoleh ketika

$$\frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}} = 0$$

Maka, $x = 0$

Ketika $x = 0$, maka:

$$f(x) = 7 - \sqrt{25 - 0} = 7 - 5 = 2$$

titik minimumnya adalah (0,2)

Jadi, $a^2 + b^2 = 0 + 2^2 = 4$

Jawaban: A

7. Pembahasan SMART:



Barisan aritmetika: $a, a + b, a + 2b, \dots$

Jumlah n suku pertama deret aritmetika:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

Jumlah 101 bilangan kelipatan tiga yang berurutan adalah 18180, merupakan deret aritmetika dengan:

$S_n = 18180$; $n = 101$; dan $b = 3$

$$\Rightarrow S_n = \frac{101}{2}(2a + (101-1)3)$$

$$\Rightarrow 18180 = \frac{101}{2}(2a + 300)$$

$$\Rightarrow 18180 = 101a + 15150$$

$$\Rightarrow a = \frac{18180 - 15150}{101} = 30$$

Jadi, jumlah tiga bilangan terkecil (tiga suku pertama) adalah $a + (a + b) + (a + 2b) = 30 + 33 + 36 = 99$

Jawaban: A

8. Pembahasan SMART:

- $y_1 = f(x) \Rightarrow y_1' = f'(x)$
Sehingga, $y_1'(0) = f'(0) = 2$
- $y_2 = f(f(x)) \Rightarrow y_2' = f'(f(x)) \cdot f'(x)$
Sehingga, $y_2'(0) = f'(0) \cdot f'(0)$
 $= 2 \cdot 2 = 2$
- $y_3 = f(f(f(x)))$
 $\Rightarrow y_3' = f'(f(f(x))) \cdot f'(f(x)) \cdot f'(x)$
Diperoleh:
 $y_3' = f'(0) \cdot f'(0) \cdot f'(0) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$
- Dengan demikian,
jika $y_6 = f(f(f(f(f(f(x)))))$, maka
 $y_6'(0) = 2^6 = 64$

Jawaban: B

9. Pembahasan SMART:

ingat! ingat!

$$\text{Persentase A} = \frac{\text{banyak A}}{\text{banyak seluruhnya}} \times 100\%$$

Diagram ditampilkan dalam tabel:

Nilai	f.kum	frek
2	1	1
3	3	3 - 1 = 2
4	6	6 - 3 = 3
5	10	10 - 6 = 4
6	15	15 - 10 = 5
7	19	19 - 15 = 4
8	22	22 - 19 = 3
9	24	24 - 22 = 2
10	25	25 - 24 = 1

Persentase anak yang mendapat nilai 8

$$= \frac{3}{25} \times 100\% = 12\%$$

Jawaban: A

10. Pembahasan SMART:

Sehingga $|6 - 3x| < 6$ ekuivalen dengan:

$$|6 - 3x| < 6$$

$$3|2 - x| < 6 \text{ (dibagi 3)}$$

$$|2 - x| < 2$$

$$|x - 2| < 2$$

Jawaban: C

11. Pembahasan SMART:

ingat! ingat!

Persamaan kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 , maka:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Misal akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x + k = 0$ adalah p dan q, maka:

$$p + q = -\frac{b}{a} = 3$$

$$pq = \frac{c}{a} = k$$

Misal akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + x - k = 0$ adalah r dan s, maka:

$$r + s = -\frac{b}{a} = -1$$

$$rs = \frac{c}{a} = -k$$

Jumlah kuadrat akar-akar persamaan $x^2 - 3x + k = 0$ sama dengan jumlah pangkat tiga akar persamaan

$x^2 + x - k = 0$, maka:

$$p^2 + q^2 = r^3 + s^3$$

$$(p + q)^2 - 2pq = (r + s)^3 - 3rs(r + s)$$

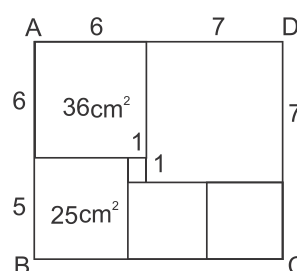
$$3^2 - 2k = (-1)^3 - 3(-k)(-1)$$

$$9 - 2k = -1 - 3k$$

$$k = -10$$

Jawaban: C

12. Pembahasan SMART:



Luas persegi terkecil: luas persegi terbesar

$$= 1 \times 1 : 7 \times 7$$

$$= 1 : 49$$

Jawaban: D

13. Pembahasan SMART:



$$\text{Peluang kejadian A} = \frac{\text{banyak kejadian A}}{\text{ruang sampel}}$$

Dari 100 bola dengan nomor 1, 2, 3, ..., 100 dalam suatu kotak, maka ruang sampel = 100.

Kejadian terambil angka yang habis dibagi 5 tetapi tidak habis dibagi 3, yaitu: 5, 10, 20, 25, 35, 40, 50, 55, 65, 70, 80, 85, 95, 100. (banyaknya ada 14)

Maka, peluang terambilnya bola dengan angka yang habis dibagi 5 tetapi tidak habis dibagi 3 adalah:

$$\frac{14}{100} = \frac{7}{50}$$

Jawaban: B

14. Pembahasan SMART:

Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ dan matriks $Q = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

$$PX + Q = I$$

$$PX = I - Q$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = P^{-1} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4-2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det X = 0 - \left(-\frac{1}{2}\right)(-3) = -\frac{3}{2}$$



$$PX + Q = I$$

$$PX = I - Q$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Sehingga:

$$PX = I - Q$$

$$\det(P) \cdot \det(X) = \det(I - Q)$$

$$2 \cdot \det(X) = -3$$

$$\det(X) = -\frac{3}{2}$$

Jawaban: D

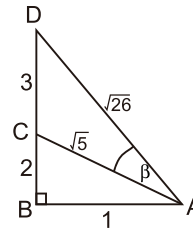
15. Pembahasan SMART:

Diketahui:

Segitiga ABD siku-siku di B. Titik C pada BD.

CD = 3, BC = 2, dan AB = 1.

Sketsa segitiga berikut ini:



Catatan: Panjang AC dan AD ditentukan dengan menggunakan Teorema Pythagoras.



Aturan cosinus:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

Perhatikan segitiga ACD tersebut!

Dengan menggunakan aturan cosinus diperoleh:

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{26})^2 - 3^2}{2(\sqrt{5})(\sqrt{26})} \\ &= \frac{5 + 26 - 9}{2\sqrt{130}} = \frac{22}{2\sqrt{130}} = \frac{11}{\sqrt{130}} \end{aligned}$$

$$\cos^2 \beta = \frac{121}{130}$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{121}{130} = \frac{9}{130}$$

Jawaban: A

16. Pembahasan SMART:

$$\text{Diketahui } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}}$$

$$\text{dan } (f \circ g)(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 7}}$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 7}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{(g(x))^2 - 2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 6x + 7}}$$

$$\Rightarrow (g(x))^2 - 2 = x^2 + 6x + 7$$

$$\Rightarrow (g(x))^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$\Rightarrow (g(x))^2 = (x+3)^2 \Rightarrow g(x) = x+3$$

$$\text{Jadi, } g(x+2) = (x+2)+3 = x+5.$$

Jawaban: E

17. Pembahasan SMART:



Translasi:

$$A(x,y) \xrightarrow{T(a,b)} A'(x+a,y+b)$$

Rotasi dengan pusat $O(0,0)$ sejauh 90° :

$$A(x,y) \xrightarrow{R(O,90^\circ)} A'(-y,x)$$

Diketahui garis $y = ax + b$ digeser ke bawah sejauh 4 satuan kemudian diputar dengan pusat $O(0,0)$ sejauh 90° menghasilkan bayangan $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x$.

- Digeser ke bawah sejauh 4 satuan
 $(x,y) \xrightarrow{\text{digeser 4 satuan ke bawah}} (x,y-4)$
- Diputar sejauh 90° dengan pusat $O(0,0)$
 $(x,y-4) \xrightarrow{R(O,90^\circ)} (-y+4,x)$

Sehingga:

$$x' = -y+4 \Rightarrow y = -x'+4$$

$$y' = x$$

Persamaan bayangan:

$$y = ax + b$$

$$-x'+4 = ay'+b$$

$$-ay' = x'+b-4$$

$$y' = -\frac{1}{a}x' + \left(\frac{b-4}{-a}\right)$$

Maka diperoleh:

$$a = \sqrt{2}$$

$$\frac{b-4}{-a} = 0 \Rightarrow b-4=0 \Rightarrow b=4$$

$$a^2 + b = (\sqrt{2})^2 + 4 = 2 + 4 = 6$$

Jawaban: E

18. Pembahasan SMART:



Jika $a = p$, maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r} = \frac{b-q}{2\sqrt{a}}$$

Misalkan $y = \frac{1}{x}$, maka untuk $x \rightarrow 0$

berlaku $y \rightarrow \infty$

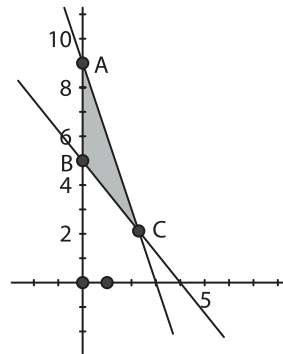
Sehingga:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{4 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{4 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} \\ = \lim_{y \rightarrow \infty} \sqrt{y^2 + 8y + 4} - \sqrt{y^2 - 4y + 4} \\ = \frac{b-q}{2\sqrt{a}} = \frac{8-(-4)}{2\sqrt{1}} \\ = \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

Jawaban: C

19. Pembahasan SMART:

Daerah penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $3x + y \leq 9, 5x + 4y \geq 20, x \geq 0$ nampak pada gambar di bawah ini.



Titik potong dari garis $3x + y = 9, 5x + 4y = 20$ adalah:

$$\begin{array}{rcl} 3x + y = 9 & | \times 4 & 12x + 4y = 36 \\ 5x + 4y = 20 & | \times 1 & 5x + 4y = 20 \\ \hline & & 7x = 16 \\ & & x = \frac{16}{7}, y = \frac{15}{7} \end{array}$$

Titik pojok dari daerah penyelesaian tersebut adalah:

$$A(0,9), B(0,5), C\left(\frac{16}{7}, \frac{15}{7}\right).$$

Dengan fungsi objektif $f(x,y) = -3x + 2y$, diperoleh:

$$A(0,9) \Rightarrow -3 \cdot 0 + 2 \cdot 9 = 18$$

$$B(0,5) \Rightarrow -3 \cdot 0 + 2 \cdot 5 = 10$$

$$C\left(\frac{16}{7}, \frac{15}{7}\right) \Rightarrow -3 \cdot \frac{16}{7} + 2 \cdot \frac{15}{7} = -\frac{18}{7}$$

Jadi, nilai maksimumnya adalah 18.

Jawaban: C

20. Pembahasan SMART:

Diketahui garis lurus yang melalui titik A (p,2) dan B (2,q) dengan $p + q = 1$...(i), maka gradiennya adalah:

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{q - 2}{2 - p}$$

Garis tersebut tegak lurus dengan garis $2x + 5y + 20 = 0$ dengan gradien:

$$2x + 5y + 20 = 0$$

$$5y = -2x - 20$$

$$y = -\frac{2}{5}x - 4 \rightarrow m = -\frac{2}{5}$$

Karena tegak lurus, maka gradien garis yang melalui titik A dan B adalah $\frac{5}{2}$, sehingga:

$$\frac{q - 2}{2 - p} = \frac{5}{2}$$

$$2q - 4 = 10 - 5p$$

$$5p + 2q = 14 \text{ ... (ii)}$$

Dari (i) dan (ii) diperoleh:

$$5p + 2q = 14$$

$$2p + 2q = 2$$

$$3p = 12 \Rightarrow p = 4$$

$$p + q = 1 \Rightarrow 4 + q = 1 \Rightarrow q = -3$$

Sehingga titik A(4,2) dan B(2,-3)

Persamaan garisnya adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{5}{2}(x - 4)$$

$$y - 2 = \frac{5}{2}x - 10$$

$$2y - 4 = 5x - 20$$

$$5x - 2y = 16$$

Jawaban: C